

УДК 621.311

П. В. ГАЖА

Харківський Університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, м. Харків

Д. С. ШИМУК, канд. техн. наук, доцент

Л. П. МАЛЯРУК, В.О. СІВОВОЛ

Українська інженерно-педагогічна академія, м. Харків

ПРИМЕНЕНИЕ СИГНАЛЬНЫХ ГРАФОВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПО МЕТОДУ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЙ

Предлагается особая структура топологической матрицы для описания связей между элементами схемы, выполнен структурный анализ этой матрицы, в результате чего получен обобщенный граф уравнений состояния электрической цепи и установлены правила определения структуры касания резистивных контуров.

Пропонується особлива структура топологічної матриці для опису зв'язків між елементами схеми, виконаний структурний аналіз цієї матриці, у результаті чого отриманий узагальнений граф рівнянь стану електричного кола і сформульовані правила визначення структури торкання резистивних контурів.

Постановка проблемы

Для решения задач моделирования динамических электромагнитных процессов в сложных нелинейных цепях целесообразно использовать метод припасовывания. Реализация метода припасовывания требует составления дифференциальных уравнений цепи в виде переменных состояния [1,2] для каждой линеаризованной области характеристик нелинейных элементов цепи. Описанные в [1,2] методы составления уравнений состояния требуют выполнения значительного объема вычислительной работы.

Анализ последних исследований и публикаций

В [1] излагается составление сигнального графа переменных состояния электрической цепи и показано применение формулы Мэзона для вычисления передаточных коэффициентов. В [3] описывается подход к расчету передаточных коэффициентов для установившихся режимов цепей по формуле Мэзона на основе топологической матрицы. Однако нахождение контуров, путей сигнального графа осуществляется зрительно и не содержит четкого правила определения систем касания контуров для определителя и миноров формулы Мэзона. В [3] предпринята попытка прямого составления формулы Мэзона для определения коэффициентов передачи цепей. Необходимость анализа сложных цепей требует усовершенствования методики формирования уравнений по методу параметров состояний для электрических цепей.

Целью настоящей работы является совершенствование методики формирования уравнений состояния цепей по методу параметров состояний путём применения сигнальных графов.

Основная часть

В матричном виде система уравнений состояния имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= AX(t) + BU(t) \\ Y(t) &= CX(t) + DU(t)\end{aligned}\quad (1)$$

где $X(t)$, $\dot{X}(t)$ – векторы переменных состояния и их первых производных по времени;

$Y(t)$ – вектор выходных величин;

$U(t)$ – вектор входных переменных;

A , B , C , D – матрицы вещественных скалярных постоянных коэффициентов с размерностью, зависящей от конкретного набора элементов цепи.

- Любая линейная электрическая цепь может содержать в своем составе (рис. 1):
- a независимых идеальных источников ЭДС E_α ($\alpha = 1, a$);
 - b независимых идеальных источников тока J_β ($\beta = 1, b$);
 - g емкостей C_ψ ($\psi = 1, g$);
 - h индуктивностей L_φ ($\varphi = 1, h$);
 - s резисторов R_μ ($\mu = 1, s$);
 - r резисторов R_ν ($\nu = 1, r$).

На основе понятия о собственном дереве схемы [1] все множество элементов цепи $M = \{E_\alpha, J_\beta, C_\psi, L_\varphi, R_\mu, R_\nu\}$ разделим (как это показано на рис. 2 двойной линией) на два непересекающихся подмножества: подмножество ветвей собственного дерева схемы M^B и подмножество связей схемы M^C . Причем в подмножество M^B включим все источники ЭДС E_α , все емкости C_ψ и резисторы R_μ , необходимые для обеспечения связности источников ЭДС и емкостей в дереве схемы. Остальные элементы (все источники тока J_β , все индуктивности L_φ и остальные r резисторы R_ν) войдут в число связей.

В интересах дальнейшего обобщения описания цепи упорядочим элементы подмножеств M^B и M^C в виде блочных векторов-столбцов V^B и V^C следующим образом:

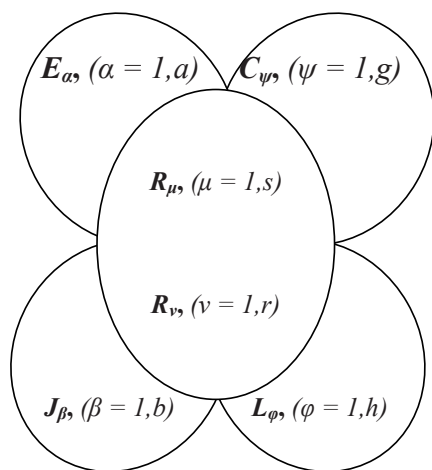


Рис. 1 – Элементы линейной электрической цепи

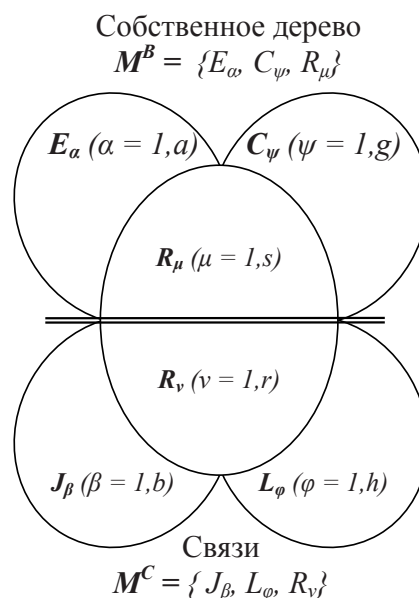


Рис. 2 – Разделение множества элементов цепи на подмножества M^B и M^C

$$V^B = [E_1 \quad \dots \quad E_a \mid C_1 \quad \dots \quad C_g \mid R_1 \quad \dots \quad R_s]^T, \quad (2)$$

$$V^C = [J_1 \quad \dots \quad J_b \mid L_1 \quad \dots \quad L_h \mid R_1 \quad \dots \quad R_r]^T, \quad (3)$$

где верхний индекс T означает операцию транспонирования.

Укажем в каждом из элементов множеств M принятое положительное направление протекания тока. Отношения между векторами V^B и V^C , опишем топологической матрицей F в виде таблицы 1, причем структура (порядок именования столбцов и строк) матрицы F должен строго соответствовать предложенному в [3] порядку размещения элементов векторов V^B и V^C (1, 2), как это и показано в таблице 1.

Таблица 1

Обобщенная структура топологических связей элементов цепи

Свя зб	Ветвь											
	E_I	E_a	E_{α}	E_a	C_I	C_{ψ}	C_g	$R_{\mu l}$	$R_{\mu i}$	\dots	$R_{\mu s}$	$R_{\mu s}$
J_I	f_{JIEI}	f_{JIEa}	f_{JIEa}	f_{JIEa}	f_{JICI}	$f_{JIC\psi}$	f_{JICg}	$f_{JIR\mu l}$	$f_{JIR\mu i}$	\dots	$f_{JIR\mu s}$	$f_{JIR\mu s}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
J_{β}	$f_{J\beta EI}$	$f_{J\beta Ea}$	$f_{J\beta Ea}$	$f_{J\beta Ea}$	$f_{J\beta CI}$	$f_{J\beta C\psi}$	$f_{J\beta Cg}$	$f_{J\beta R\mu l}$	$f_{J\beta R\mu i}$	\dots	$f_{J\beta R\mu s}$	$f_{J\beta R\mu s}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
J_b	$f_{Jb EI}$	$f_{Jb Ea}$	$f_{Jb Ea}$	$f_{Jb Ea}$	$f_{Jb CI}$	$f_{Jb C\psi}$	$f_{Jb Cg}$	$f_{Jb R\mu l}$	$f_{Jb R\mu i}$	\dots	$f_{Jb R\mu s}$	$f_{Jb R\mu s}$
L_I	f_{LIEI}	f_{LIEa}	f_{LIEa}	f_{LIEa}	f_{LICI}	$f_{LIC\psi}$	f_{LICg}	$f_{LIR\mu l}$	$f_{LIR\mu i}$	\dots	$f_{LIR\mu s}$	$f_{LIR\mu s}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
L_{φ}	$f_{L\varphi EI}$	$f_{L\varphi Ea}$	$f_{L\varphi Ea}$	$f_{L\varphi Ea}$	$f_{L\varphi CI}$	$f_{L\varphi C\psi}$	$f_{L\varphi Cg}$	$f_{L\varphi R\mu l}$	$f_{L\varphi R\mu i}$	\dots	$f_{L\varphi R\mu s}$	$f_{L\varphi R\mu s}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
L_h	$f_{Lh EI}$	$f_{Lh Ea}$	$f_{Lh Ea}$	$f_{Lh Ea}$	$f_{Lh CI}$	$f_{Lh C\psi}$	$f_{Lh Cg}$	$f_{Lh R\mu l}$	$f_{Lh R\mu i}$	\dots	$f_{Lh R\mu s}$	$f_{Lh R\mu s}$
R_{vI}	f_{RvIEI}	f_{RvIEa}	f_{RvIEa}	f_{RvIEa}	f_{RvICI}	$f_{RvIC\psi}$	f_{RvICg}	$f_{RvIR\mu l}$	$f_{RvIR\mu i}$	\dots	$f_{RvIR\mu s}$	$f_{RvIR\mu s}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
R_{vj}	f_{RvjEI}	f_{RvjEa}	f_{RvjEa}	f_{RvjEa}	f_{RvjCI}	$f_{RvjC\psi}$	f_{RvjCg}	$f_{RvjR\mu l}$	$f_{RvjR\mu i}$	\dots	$f_{RvjR\mu s}$	$f_{RvjR\mu s}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
R_{vr}	f_{RvrEI}	f_{RvrEa}	f_{RvrEa}	f_{RvrEa}	f_{RvrCI}	$f_{RvrC\psi}$	f_{RvrCg}	$f_{RvrR\mu l}$	$f_{RvrR\mu i}$	\dots	$f_{RvrR\mu s}$	$f_{RvrR\mu s}$

Каждый элемент f_{ij} матрицы F может принимать одно из трех значений: $(+1)$; (-1) , 0 . Посредством матрицы F отношения между напряжениями элементов векторов V^B и V^C , согласно второму закону Кирхгофа, описываются следующим уравнением:

$$FU^B + U^C = 0, \quad (4)$$

где $U^B = [u_{E1} \dots u_{Ea} | u_{C1} \dots u_{Cg} | u_{R1} \dots u_{Rs}]^T$ – блочный вектор-столбец напряжений на зажимах элементов ветвей;

$U^C = [u_{J1} \dots u_{Jb} | u_{L1} \dots u_{Lh} | u_{R1} \dots u_{Rr}]^T$ – блочный вектор-столбец напряжений на зажимах элементов ветвей.

Аналогично, через матрицу F отношения между токами элементов ветвей, согласно первому закону Кирхгофа описываются уравнением:

$$I^B - F^T I^C = 0, \quad (5)$$

где $I^B = [i_{E1} \dots i_{Ea} | i_{C1} \dots i_{Cg} | i_{R1} \dots i_{Rs}]^T$ – блочный вектор-столбец токов элементов ветви;

$I^C = [i_{J1} \dots i_{Jb} | i_{L1} \dots i_{Lh} | i_{R1} \dots i_{Rr}]^T$ – блочный вектор-столбец токов элементов ветви.

Благодаря упорядоченной структуре векторов U^B , U^C , I^B , I^C и упорядоченной структуре топологической матрицы F , в ней становится возможным выделить отдельные топологические субматрицы F_{EJ} , F_{CJ} , F_{EL} , F_{CL} , F_{RJ} , F_{RL} , F_{ER} , F_{CR} , F_{RR} , как это показано в табл. 2.

Таблица 2
Разбиение топологической матрицы цепи F на отдельные субматрицы

Связи собственного дерева	Ветви собственного дерева		
	E_a	C_ψ	R_μ
J_β	F_{EJ}	F_{CJ}	F_{RJ}
L_ϕ	F_{EL}	F_{CL}	F_{RL}
R_v	F_{ER}	F_{CR}	F_{RR}

Физический смысл указанных субматриц состоит в том, что они отражают частичные влияния сигналов определенных групп узлов-источников на сигналы узлов-стоков по законам Кирхгофа. А именно:

$$i_E^B(t) = F_{EJ}^T \cdot i_J^C(t) \quad (6);$$

$$u_J^C(t) = (-F_{CJ}) \cdot u_C^B(0) \quad (7);$$

$$i_C^B(t) = F_{CJ}^T \cdot i_J^C(t) \quad (8);$$

$$\frac{d}{dt} u_C^B(t) = \frac{1}{C} \cdot i_C^C(t) \quad (9);$$

$$u_L^C(t) = (-F_{EL}) \cdot u_E^B(t) \quad (10); \quad \frac{d}{dt} i_L^C(t) = \frac{1}{L} u_L^C(t) \quad (11);$$

$$u_L^C(t) = (-F_{CL}) \cdot u_C^B(0) \quad (12); \quad \frac{d}{dt} i_L^C(t) = \frac{1}{L} u_L^C(t) \quad (13); \quad i_C^B(t) = F_{CL}^T \cdot i_L^C(0) \quad (14);$$

$$\frac{d}{dt} u_C^B(t) = \frac{1}{C} i_C^B(t) \quad (15).$$

Для определения той части выходного сигнала, которая передается в узлы-стоки через перечисленные субматрицы, решение уравнений Кирхгофа не требуется.

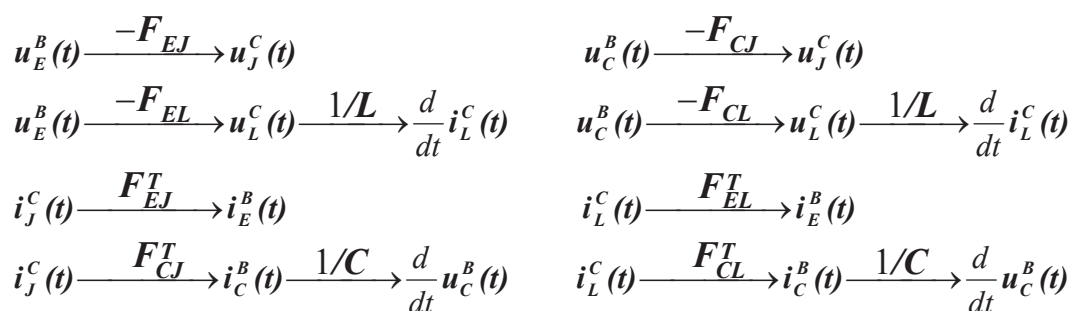


Рис. 3. Матричные подграфы уравнений (6, ..., 15)

Определим подобным образом, как и для уравнений (6, ..., 15), роль оставшихся субматриц F_{RJ} , F_{RL} , F_{ER} , F_{CR} , F_{RR} в формировании влияния сигналов от узлов источников на токи и напряжения элементов схемы через субматрицы F_{RJ} , F_{RL} , F_{ER} , F_{CR} , F_{RR} .

$$u_J^C(t) = (-F_{RJ}) \cdot u_{R\mu}^B(t) \quad (16); \quad i_{R\mu}^B(t) = F_{RJ}^T \cdot i_J^C(t) \quad (17); \quad u_L^C(t) = -F_{RL} \cdot u_{R\mu}^B(t) \quad (18);$$

$$i_{R\mu}^B(t) = F_{RL}^T \cdot i_L^C(t) \quad (19); \quad u_{Rv}^C(t) = (-F_{ER}) \cdot u_E^B(t) \quad (20); \quad i_E^B(t) = F_{ER}^T \cdot i_{Rv}^C(t) \quad (21);$$

$$u_{Rv}^C(t) = (-F_{CR}) \cdot u_C^B(t) \quad (22); \quad i_C^B(t) = F_{CR}^T \cdot i_{Rv}^C(t) \quad (23); \quad u_{Rv}^C(t) = (-F_{RR}) \cdot u_{Rv}^B(t) \quad (24);$$

$$i_{R\mu}^B(t) = F_{RR}^T \cdot i_{Rv}^C(t) \quad (25).$$

Учтем компонентные соотношения между токами и напряжениями элементов резистивного многополюсника:

$$i_{Rv}^C(t) = (1/R_v) \cdot u_{Rv}^C(t), \quad (26)$$

$$u_{R\mu}^B(t) = R_\mu \cdot i_{R\mu}^B(t), \quad (27)$$

где $(1/R_v)$, R_μ – соответственно диагональные матрицы проводимостей резисторов множества M^C и сопротивлений резисторов множества M^B соответствующей размерности. Таким образом, структурная упорядоченность матрицы F по [3] позволяет получить обобщенное топологическое причинно-следственное описание взаимосвязей токов и напряжений в произвольной электрической цепи на основе законов Кирхгофа и Ома. Такое описание представляет собой суперпозицию сигнальных графов на рис. 3 и рис. 4. Причем, если графы на рис. 3 содержат количественные характеристики коэффициентов матриц в явном виде, то для определения коэффициентов матриц по графу на рис. 4 требуется преобразование контурного подграфа (или матричной петли) $(R_v^{-1})(F_{RR}^T)(-F_{RR})(R_\mu)$ к разомкнутому виду.

В литературе [2] такую задачу решают путем вычисления известными своими недостатками матричными методами определителя громоздкой квадратной матрицы $[I - (R_v^{-1})(F_{RR}^T)(-F_{RR})(R_\mu)]$ с размерностью $[(v + \mu) \times (v + \mu)]$.

Между тем, в силу дуальности [2] матрицы F вообще и субматрицы F_{RR} в частности, вся необходимая информация о топологических связях в резистивном многополюснике цепи содержится в субматрице F_{RR} с размерностью всего лишь $[v \times \mu]$, причем для субматрицы F_{RR} вовсе не обязательно выполнение условия $v = \mu$. В этой ситуации вполне естественно предположить, что необходимая информация для преобразования контурного подграфа к разомкнутому виду заключена во взаимном размещении ненулевых элементов в теле субматрицы F_{RR} .

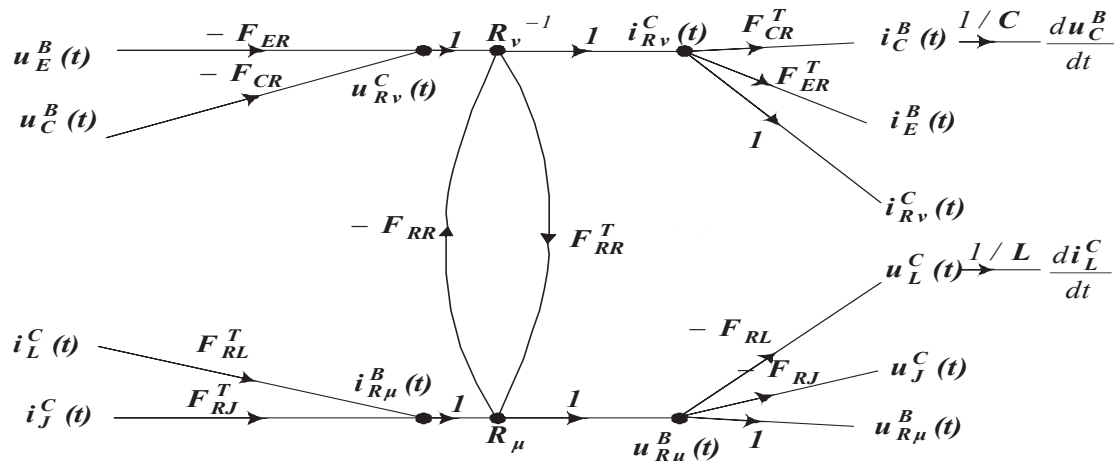


Рис. 4. Резистивный контур в матричных подграфах уравнений (15, ..., 26)

Таким образом, для выполнения преобразования контурного подграфа на рис.4 к разомкнутому виду необходим поиск и анализ закономерностей размещения ненулевых элементов в теле субматрицы F_{RR} , которые отражают топологию и параметры элементов резистивного многополюсника цепи.

Использование таких закономерностей позволит исключить необходимость применения матричных методов для решения задачи анализа цепей, тем самым упростить процедуру получения конечных выражений для токов и напряжений цепи, устранив при этом возможные источники вычислительных погрешностей.

Преобразование контурного подграфа на рис.4 к разомкнутому виду необходимо для определения коэффициентов матриц уравнений в аналитической или числовой форме. С другой стороны, преобразование контурного подграфа на рис.4 к разомкнутому виду требует вычисления коэффициентов его передачи от входных узлов к выходным. Решение такой задачи предполагается получить путем использования топологического закона передачи Мэзона, согласно которому выражение для коэффициента передачи между выбранной парой узел-источник d – узел-сток b графа цепи имеет вид:

$$K_{bd} = \frac{X_b}{X_d} = \frac{\sum_{k=1}^n P_k \Delta_k}{\Delta}, \quad (28)$$

где K_{bd} – коэффициент передачи сигнала из узла-источника d в узел-сток b ;

X_b и X_d – значения сигналов в узлах b и d соответственно;

n – общее число путей из узла-источника d в узел-сток b ;

P_k – передача k -го пути из узла-источника d в узел-сток b ;

Δ_k – значение алгебраического дополнения (минора) k -го пути от узла-источника d в узел-сток b ;

Δ – главный определитель графа.

Определения топологических образов (понятий) графа (путь, контур, передача пути, передача контура, минор пути) даны согласно Мэзону.

Главный определитель графа Δ рассчитывают следующим образом:

$$\Delta = 1 - \sum_{\rho} L_{\rho}^{(1)} + \sum_{\rho} L_{\rho}^{(2)} - \sum_{\rho} L_{\rho}^{(3)} + \sum_{\rho} L_{\rho}^{(4)} - \dots \quad (29)$$

где $\sum_{\rho} L_{\rho}^{(1)}$ – сумма передач всех контуров графа цепи;

$\sum_{\rho} L_{\rho}^{(2)}$ – сумма произведений передач всех пар некасающихся контуров графа цепи;

$\sum_{\rho} L_{\rho}^{(3)}$ – сумма произведений передач всех троек некасающихся контуров графа цепи и

т. д.;

$\sum_{\rho} L_{\rho}^{(4)}$ – сумма произведений передач всех четверок некасающихся контуров и т. д.

Некасающимися контурами считаются контуры, не имеющие общих узлов.

Миноры путей в (28) формируются по выражению (29), где передачи контуров, которых касается (то есть имеет хотя бы один общий узел с контуром) рассматриваемый путь, приравниваются нулю.

Формула Мэсона (28) позволяет непосредственно определять конечные выражения для тока или напряжения любого элемента цепи. При наличии в цепи нескольких внешних задающих источников ток или напряжение любого элемента схемы определяется по методу наложения путем суммирования частичных реакций, каждую из которых формируют в соответствии с (28).

Сдерживает широкое применение формулы Мэсона практическое отсутствие формальных правил, позволяющих находить все элементы (пути, контуры) выражения (28) и систему взаимодействия перечисленных элементов в смысле касания [1].

Ниже рассматриваются свойства топологической матрицы и составляющих ее субматриц, использование которых позволяет устранить указанный недостаток.

В [4] показано, что каждый ненулевой элемент в субматрице F_{RR} соответствует собственному контуру основного сигнального графа цепи, который формируется элементом собственного дерева, именуемым данный столбец матрицы F (таблица 1) и элементом связи, именуемым соответствующую строку в таблице 1. Причем передача собственного контура в субматрице F_{RR} представляет собой безразмерную величину, численно равную отношению величины сопротивления элемента из числа ветвей, именующего соответствующий столбец к величине сопротивления элемента из числа связей, именующего соответствующую строку (см. таблицу 1):

$$(-f_{R_{vj}R_{\mu i}}) \cdot f_{R_{\mu i}R_{vj}}(R_{vj})^{-1} \cdot R_{\mu i} = -\frac{R_{\mu i}}{R_{vj}}. \quad (30)$$

где $(-f_{R_{vj}R_{\mu i}})$ – взятое с противоположным знаком, согласно (5), значение контурного коэффициента матрицы F_{RR} , отражающего наличие и знак (плюс или минус) влияния падения напряжения на резисторе $R_{\mu i}$ из числа элементов ветвей собственного дерева на падение напряжения на резисторе R_{vj} из числа элементов связей согласно второму закону Кирхгофа ;

$f_{R_{\mu i}R_{vj}}$ – значение коэффициента матрицы сечений F_{RR}^T , отражающего наличие и знак (плюс или минус) влияния величины тока через резистор R_{vj} из числа элементов связей на ток резистора $R_{\mu i}$ из числа элементов ветвей собственного дерева согласно первому закону Кирхгофа;

$R_{\mu i}$ – величина сопротивления резистора, именующего столбец матрицы F , в котором расположен элемент $f_{R_{vj}R_{\mu i}}$ согласно таблицы 1;

R_{vj} – величина сопротивления резистора, именующего строку матрицы F , в котором расположен элемент $f_{R_{\mu i}R_{vj}}$ согласно таблицы 1;

$f_{R_{\mu i}R_{vj}} = (-f_{R_{vj}R_{\mu i}})$, поскольку $-F = F^T$ согласно (4, 5) .

Следует заметить, что передача любого контура всегда отрицательна независимо от знака элемента $f_{R_{vj}R_{\mu i}}$ в топологической субматрице F_{RR} (субматрица F_{RR} показана фрагментом с заливкой в таблице 1). Последнее утверждение очевидно из (4, 5) и рисунка 4.

Выяснению системы взаимодействия собственных контуров схемы способствует использование следующих свойств матрицы F_{RR} , сформулированных в [3]:

- число ненулевых элементов субматрицы F_{RR} равно числу собственных контуров основного графа;
- собственные контуры, передачи которых расположены в одной строке (столбце), являются касающимися, поскольку они сформированы одной связью (ветвью), хотя и разными ветвями (связями);
- собственные контуры, передачи которых расположены в разных строках и разных столбцах, являются некасающимися, поскольку они сформированы разными связями и разными ветвями;
- максимальный порядок системы собственных некасающихся контуров не превышает минимального размера субматрицы F_{RR} .

Выводы

1. Предложена особая структура топологической матрицы для описания связей между элементами схемы, выполнен структурный анализ этой матрицы, в результате чего получен обобщенный граф уравнений состояния электрической цепи и установлена необходимость определения структуры касания резистивных контуров.
2. Обобщенный граф уравнений состояния отражает причинно-следственные связи, показывающие влияние внешних источников энергии и внутренних запасов энергии на скорость изменения параметров состояния.
3. Применение формулы Мэсона к обобщенному графу уравнения состояния позволяет определять аналитические выражения для коэффициентов передачи цепи.

Список литературы

1. Автоматизированный расчет тиристорных схем. Ягуп В. Г. – Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. 160 с.
2. Теоретические основы электротехники. Т.1. Основы теории линейных цепей. Под ред. П. А. Ионкина. Изд. 2-е, переработ. и доп. М., "Высш. школа", 1976. 544 с.
3. Шимук Д. С. Усовершенствованный топологический метод расчёта электрических цепей.// Системи обробки інформації. Збірник наукових праць, вип. 3 (9). – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2000. – 176с.
4. Шимук Д. С. Діагностична математична модель силової частини вентильного перетворювача.// Збірник наукових праць, вип. 2 (2).– 232 с., Харків, ХВУ, 2005 р.

APPLICATION OF ALARM COUNTS FOR FORMING OF EQUALIZATIONS OF ELECTRIC CHAIN ON METHOD OF PARAMETERS OF THE STATES

P. V. GAZHA, D. S. SCHIMUK, Cand. Tech. Sci.
D. P. MALJARCHUK, V.O. SIVOVOL

The special structure of topological matrix is offered for description of connections between the elements of chart, the structural analysis of this matrix is executed, the generalized count of equalizations of the state of electric chain is as a result got and the rules of determination of structure of touch of capacitance-resistance contours are set.

Поступила в редакцию 24.08.09